

## Diskrétna realizácia a metódy nastavovania parametrov PID regulátorov

JÁN DANKO - ROMAN PROKOP

Súhrn. Článok naväzuje na článok " Riadenie modelu reálneho procesu pomocou 8-bitového mikropočítača ... " (1) a zaoberá sa metódami nastavovania parametrov PID regulátorov.

### Úvod

Pri riadení spojitých reálnych procesov sa v praxi najčastejšie využívajú trojzložkové regulátory PID (proporcionálno-integračno-derivačné) alebo ich zjednodušené modifikácie (PI alebo PD regulátory).

Široké využitie PID regulátorov pri riadení reálnych procesov má svoj historický význam. V minulosti sa využívali PID regulátory rôznych regulačných systémov pracujúce s rôznymi pracovnými médiami (hydraulické, pneumatické, elektrické alebo kombinované) a neexistovala predstava, že by PID regulátor toho-ktorého systému neuriadil reálny proces. V skutočnosti je možné PID regulátorom úspešne riadiť väčšinu technologických procesov.

Nedokonalosti PID regulátora sa prejaví pri riadení procesov s relatívne veľkým dopravným oneskorením, s veľkou zotrvačnosťou, s nelineárnou závislosťou medzi vstupným a výstupným signálom a pri systémoch s meniacimi sa parametrami. Ale aj pre tieto systémy sú v súčasnosti vypracované rôzne metódy ako nastavovať alebo adaptovať parametre PID regulátora, prípadne eliminovať dopravné oneskorenie. Metódam nastavovania para-

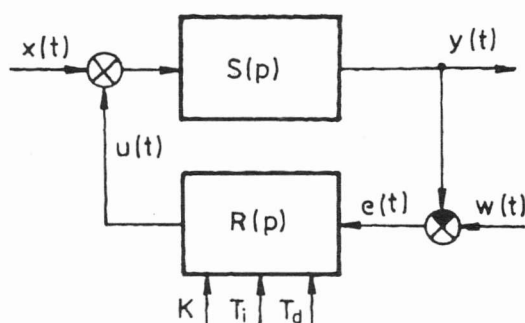
---

Doc. Ing. Ján Danko, CSc., Ing. Roman Prokop, CSc. Katedra automatizácie, Chemickotechnologická fakulta STU, Radlinského 9, 812 37 Bratislava

metrov PID regulátora a skúmaniu nových aspektov ich využitia je venovaná značná pozornosť v monografickej i v časopiseckej literatúre [3-7].

## 1. Vzťah medzi spojitou a diskretnou variantou PID regulátora

Schéma zapojenia riadenej sústavy  $S(p)$  s regulátorom  $R(p)$  do uzavretého regulačného obvodu je uvedená na obr.1.1.



Obr. 1. 1. Bloková schéma uzavretého regulačného obvodu.

$R(p)$  je prenos regulátora,  $S(p)$  je prenos sústavy.

Fig. 1. 1. Block scheme of closed control circuit.

$R(p)$  - Regulator transmission,  $S(p)$  - System transmission.

Činnosť klasických ideálnych spojitých regulátorov je popísaná diferenciálnou rovnicou

$$u(t) = K \left[ e(t) + \frac{1}{T_i} \int e(t) dt + T_d \frac{de(t)}{dt} \right] \quad (1.1)$$

kde  $e(t) = w(t) - y(t)$  je regulačná odchýlka,

$y(t)$  - výstupný signál sústavy, riadená veličina,

$w(t)$  - žiadaná hodnota výstupného signálu, riadiaca veličina,

$u(t)$  - akčná veličina, výstupný signál z regulátora,

$K, T_i, T_d$  - nastaviteľné parametre regulátora - proporcionálne zosilnenie, integračná a derivačná konštanta,

$x(t)$  - poruchová veličina na vstupe do sústavy.

Prenos regulátora  $R(p)$  v Laplaceovej transformácii ( $p$  - Laplaceov operátor) má tvar

$$R(p) = \frac{U(p)}{E(p)} = K \left[ 1 + \frac{1}{pT_i} + pT_d \right] \quad (1.2)$$

kde  $U(p)$  je obraz výstupnej veličiny,  $u(t)$  zodpovedá  $U(p)$ ,

$E(p)$  - obraz regulačnej odchýlky,  $e(t)$  zodpovedá  $E(p)$ .

Pri číslicovom riadení spojitě pracujúci PID regulátor je nahradený diskrétnym pracujúcim PSD regulátorom (integrácia je nahradená sumáciou). Činnosť diskrétného PSD regulátora je opísaná diferenčnou rovnicou alebo Z-prenosom.

Ak zderivujeme diferenciálnu rovnicu (1.2) podľa nezávisle premennej  $t$  za deriváciu (v čase  $t = kT_v$ , kde  $T_v$  je perióda vzorkovania) dosadíme

$$\begin{aligned} \frac{du(t)}{dt} &= \frac{u(k) - u(k-1)}{T_v} \\ \frac{de(t)}{dt} &= \frac{e(k) - e(k-1)}{T_v} \\ \frac{d^2e(t)}{dt^2} &= \frac{e(k) - 2e(k-1) + e(k-2)}{T_v^2} \end{aligned} \quad (1.3)$$

získame diferenčnú rovnicu PSD regulátora:

$$u(k) = u(k-1) + c_0 \cdot e(k) + c_1 \cdot e(k-1) + c_2 \cdot e(k-2) \quad (1.4)$$

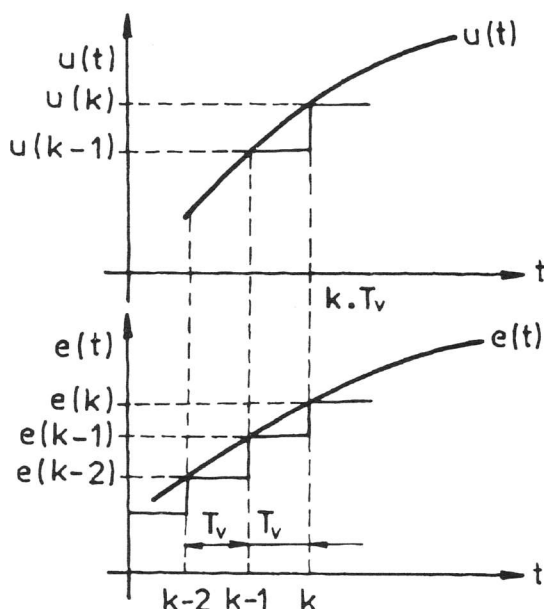
kde  $c_0 = K \left[ 1 + \frac{T_v}{T_i} + \frac{T_d}{T_v} \right]$

$$c_1 = -K \left[ 1 + 2\frac{T_d}{T_v} \right]$$

$$c_2 = K \frac{T_d}{T_v} \quad (1.5)$$

význam ostatných symbolov je zrejmý v obr. 1.2.

V prípade, že perióda vzorkovania je zanedbateľne malá v porovnaní s časom prechodného procesu (tzv. rýchle vzorkovanie), do výrazov (1.5) pre určenie jednotlivých konštánt diferenčnej rovnice dosadzujeme za  $T_v = 1$ .



Obr. 1.2. Princíp činnosti diskkrétne pracujúceho PSD regulátora.  
Fig. 1.2. Work principle of discret working PSD regulator.

Stupňovitý prenos PSD regulátora získame Z-transformáciou ( $z^{-1}$  - operátor spätného posunu) prenosu (1.2).

$$R(z) = \frac{c_0 + c_1 \cdot z^{-1} + c_2 \cdot z^{-2}}{1 - z^{-1}} \quad (1.6)$$

kde konštanty  $c_0$ ,  $c_1$ ,  $c_2$  sú vypočítané pomocou vzťahov (1.5). Okrem uvedeného tvaru diferenčnej rovnice (1.4) (resp. prenosu (1.6)) PSD regulátora existujú aj iné tvary diferenčných rovníc (resp. prenosov), pozri napr. [4-5].

## 2. Spôsobu určenia hodnôt nastaviteľných parametrov PID regulátorov

Existuje celý rad metód, pomocou ktorých môžeme vypočítať hodnoty nastaviteľných parametrov PID regulátorov. Základnou podmienkou je, aby výsledný spätnoväzbový obvod bol stabilný. K tomu treba dodať ďalšie požiadavky ako napr. nulová trvalá regulačná odchýlka, dovolený maximálny prekmit regulovanej veličiny, doba regulačného pochodu a pod.

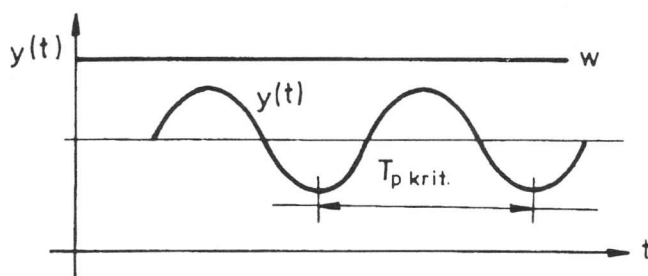
K nastaveniu parametrov regulátora je potrebné vedieť isté informácie o riadenom objekte. Tieto informácie nám dávajú koeficienty diferenciálnej rovnice, resp. prenosu riadenej sústavy  $S(p)$ , ktoré získame predbežnou identifikáciou, alebo určitými experimentami, ktoré určia statické a dynamické vlastnosti riadeného objektu - sústavy.

## 2.1 Experimentálne metódy

Medzi experimentálne metódy patrí metóda Ziegler-Nicholsa, ktorá nevyžaduje znalosť diferenciálnej rovnice, resp. prenosu riadenej sústavy. Metóda umožňuje určenie nastaviteľných parametrov regulátora v prevádzkových podmienkach. Existujú dve varianty tejto metódy:

1. pomocou zistenia kritického zosilnenia  $K_{krit}$ ,
2. pomocou nameranej prechodovej charakteristiky.

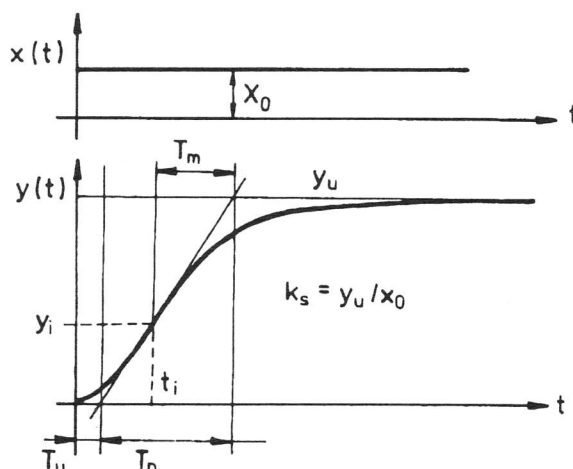
Podľa prvej metódy riadený objekt je zapojený v uzavretom regulačnom obvode (obr. 1.1) s P regulátorom ( $T_i \rightarrow \infty$ ,  $T_d = 0$ ). Postupne zvyšujeme zosilnenie  $K$  regulátora, až  $K = K_{krit}$ , keď riadený objekt je na hranici stability, t.j. na výstupe riadeného objektu sú trvalé kmity (obr. 2.1). Zo získaných hodnôt  $K_{krit}$  a  $T_{p\ krit}$  pomocou tab.1 (stĺpec 1) určíme nastaviteľné parametre P, PI alebo PID regulátora.



Obr.2.1. Priebeh výstupného signálu  $y(t)$  uzavretého regulačného obvodu pracujúceho na hranici stability.

Fig.2.1. Output  $y(t)$  signal cours of closed control circuit working on stability limit.

Niekedy na objekte nie je možné experimentovať tak, aby sme získali trvalé kmity výstupného signálu. Potom nastaviteľné parametre P, PI alebo PID regulátorov určujeme pomocou nameranej prechodovej charakteristiky (obr. 2.2) a tab.1 (stĺpec 2).



Obr.2.2. Prechodová charakteristika - odozva výstupného signálu  $y(t)$  na skokovú zmenu  $x_0$  vstupného signálu  $x(t)$  sústavy.

Fig.2.2. Transient performance - output  $y(t)$  signal response to jump variation  $x_0$  of system input  $x(t)$  signal.

Prechodovú charakteristiku riadeného objektu získame tak, že odpojíme výstupný signál regulátora  $u(t)$  od riadeného objektu (obr. 1.1). V ustálenom stave urobíme skokovú zmenu vstupného signálu  $x(t)$  sústavy o hodnotu  $x_0$  a registrujeme zmenu výstupného signálu  $y(t)$  až do ustálenia, keď  $y(t) = y_u$  (obr. 2.2). K získanej prechodovej charakteristike v inflexnom bode  $(y_i, t_i)$  urobíme dotyčnicu, ktorá nám určí časové úseky  $T_u$  - dobu prieťahu a  $T_n$  - dobu nábehu, pomocou ktorých a tab.1 (stĺpca 2) vypočítame nastaviťelné parametre  $K$ ,  $T_i$ ,  $T_d$  regulátora.

Tabuľka 1.

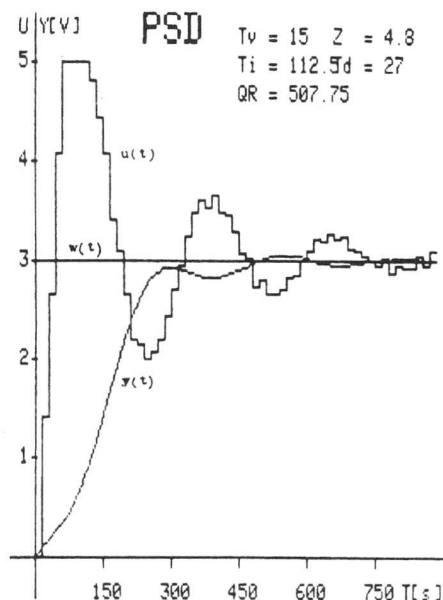
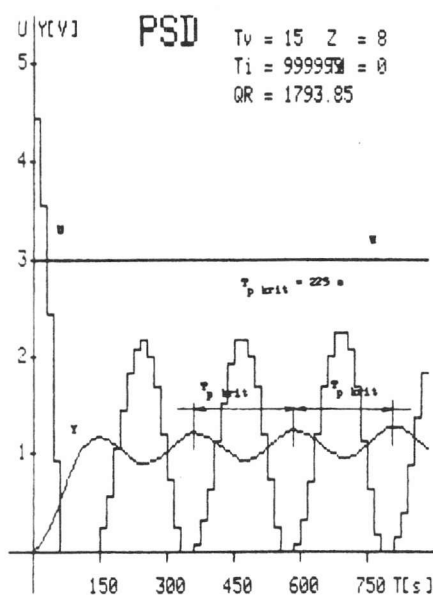
Table 1.

Typ regulátora <sup>1</sup>	Nastaviťelné parametre regulátora <sup>2</sup>	
	metóda 1. <sup>3</sup>	metóda 2. <sup>4</sup>
P	$K = 0,5 K_{krit}$	$K = \frac{T_n}{T_u} \cdot \frac{1}{k_s}$
PI	$K = 0,45 K_{krit}$ $T_i = 0,85 T_{p\ krit}$	$K = 0,9 \frac{T_n}{T_u} \cdot \frac{1}{k_s}$ $T_i = 3,5 T_u$
PID	$K = 0,45 K_{krit}$ $T_i = 0,5 T_{p\ krit}$ $T_d = 0,12 T_{p\ krit}$	$K = 1,25 \frac{T_n}{T_u} \cdot \frac{1}{k_s}$ $T_i = 2 T_u$ $T_d = 0,5 T_u$

1 - Controller type, 2 - Adjustable parameters of controller, 3 - Method 1., 4 - Method 2.

Príklad využitia experimentálnych metód. Na výstupe sústavy zapojenej do uzatvoreného obvodu s P regulátorom ( $T_i \rightarrow \infty, T_d = 0$ ) boli namerané trvalé kmity, priebeh ktorých je uvedený na obr. 3.1. Z uvedeného priebehu:  $K_{krit} = 8$ ,  $T_{p\ krit} = 225$  s. Pomocou tab.1, stĺpca 1 vypočítame nastaviteľné parametre PSD regulátora:  $K = 4,8$ ;  $T_i = 112,5$  s;  $T_d = 27$  s. Priebeh zmeny výstupného signálu  $y(t)$ , akčného signálu  $u(t)$  riadenej sústavy pri vypočítaných nastaviteľných parametroch PSD regulátora je uvedený na obr. 3.2. Kde QR je kvalita regulácie vypočítaná pomocou vzťahu

$$QR = \int_0^{\infty} |w(t) - y(t)| dt \quad (2.1)$$



Obr.3.1. Nameraný priebeh zmeny akčného  $U$  a výstupného  $Y$  signálu regulačného obvodu pracujúceho na hranici stability.

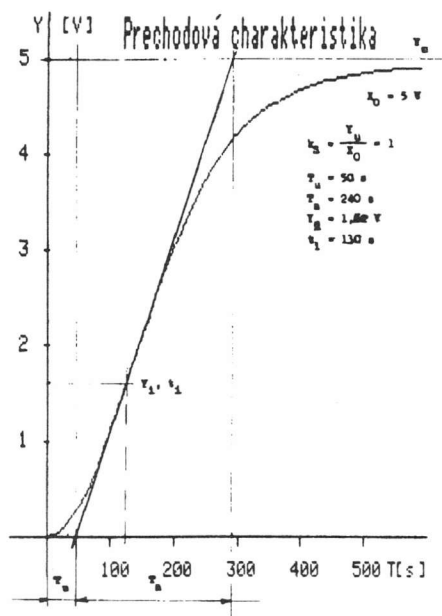
Fig.3.1. Measured course of change of action  $U$  signal and output  $Y$  signal of closed control circuit working on stability limit.

Obr.3.2. Priebeh akčného  $u(t)$  a výstupného  $y(t)$  signálu sústavy riadenej PSD regulátorom s nastaviteľnými parametrami vypočítanými z  $K_{krit}$  a  $T_{p\ krit}$  podľa 1. metódy Ziegler-Nicholsa.

Fig.3.2. Course of action  $u(t)$  signal and output  $y(t)$  signal of the system controlled by PSD regulator with adjustable parameters figured out from  $K_{krit}$  and  $T_{p\ krit}$  according to 1st Ziegler-Nichols method.

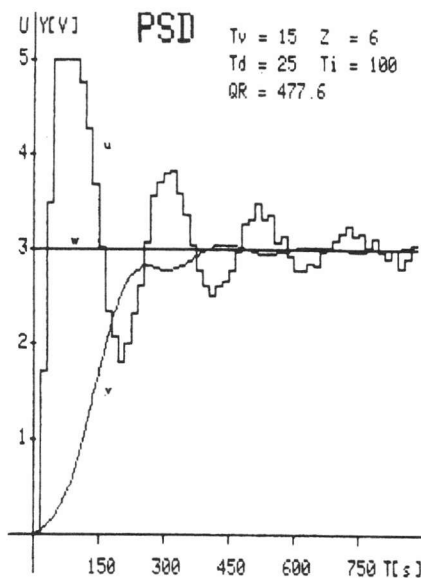
Pre prípad, keď na sústave nemôžeme ľubovoľne experimentovať, bola na skúmanej sústave nameraná prechodová charakteristika, uvedená na obr. 3.3. Urobením dotýčnice v inflexnom bode boli zistené nasledujúce údaje:  $T_u = 50$  s;  $T_n = 240$  s;  $k_s = 1$ . Pomocou tab.1, stĺpca 2 boli vypočítané nastaviteľné parametre PSD regulátora:  $K = 6$ ;  $T_i = 100$  s;  $T_d = 25$  s.

Priebeh zmeny výstupného signálu sústavy riadenej PSD regulátorom s uvedenými hodnotami nastaviteľných parametrov je uvedený na obr. 3.4.



Obr.3.3. Priebeh prechodovej charakteristiky nameranej na identifikovanej sústave.

Fig.3.3. Transient performance course measured on identified system.



Obr.3.4. Priebeh akčného u a výstupného y signálu sústavy riadenej PSD regulátorom s nastaviteľnými parametrami vypočítanými podľa 2. metódy Ziegler-Nicholsa.

Fig.3.4. Course of action u signal and output y signal of the system controlled by PSD regulator with adjustable parameters figured out according to 2nd Ziegler-Nichols method.



## 2.2 Numerické metódy

Existuje rad numerických metód na určenie nastaviteľných parametrov PSD regulátora, ale všetky vyžadujú znalosť dynamických vlastností riadenej sústavy - jej diferenciálnu rovnicu, resp. jej prenos  $S(p)$ .

V prípade, že nepoznáme skutočný prenos, môžeme identifikáciou sústavy pomocou prechodovej charakteristiky nájsť náhradný prenos sústavy. Medzi také identifikačné metódy patrí aj metóda Strejca [7], pomocou ktorej môžeme z priebehu prechodovej charakteristiky a pomocou tab.2 určiť rád sústavy  $n$  a náhradnú časovú konštantu sústavy  $T$  a pomocou nich náhradný prenos sústavy v tvare

$$S(p) = \frac{k_s}{(T_p + 1)^n} \quad (2.2)$$

Tabuľka 2.

Table 2.

$n$	$T_u / T_n$	$T_u / T$	$T_n / T$	$t_i / T$	$y_i / y_u$
2	0,104	0,282	2,718	1	0,264
3	0,218	0,805	3,693	2	0,323
4	0,319	1,425	4,463	3	0,353
5	0,410	2,100	5,119	4	0,371

Pre uvedený tvar náhradného prenosu (2.2) môžeme použiť na výpočet nastaviteľných parametrov PSD regulátora kritérium optimálneho modulu. V tab.3 sú uvedené vzťahy pre výpočet hodnôt nastaviteľných parametrov P, PI, PID regulátorov.

Tabuľka 3.

Table 3.

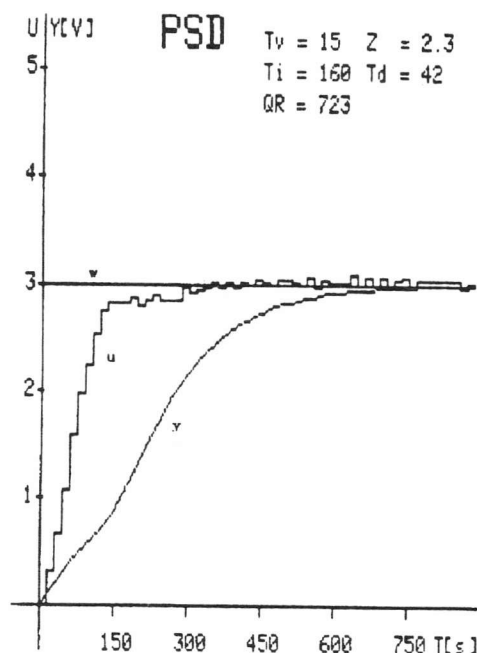
Typ regulátora <sup>1</sup>	Nastaviteľné parametre regulátora <sup>2</sup>
P	$K = \frac{1}{n-1} \cdot \frac{1}{k_s}$
PI	$K = \frac{n+2}{4(n-1)} \cdot \frac{1}{k_s}$ ; $T_i = T \cdot \frac{n+2}{3}$
PID	$K = \frac{7n+16}{16(n-2)} \cdot \frac{1}{k_s}$ ; $T_i = T \cdot \frac{7n+16}{15}$ ; $T_d = T \cdot \frac{(n+1)(n+3)}{7n+16}$

1 - Controller type, 2 - Adjustable parameters of controller.

Identifikáciou prechodovej charakteristiky uvedenej na obr. 3.3 metódou Strejca (pomocou tab.2) určíme: pre  $T_u/T_n = 0,208$ ;  $n = 3$ ;  $T_u/T = 0,805 \rightarrow T = 62$  s;  $T_n/T = 3,693 \rightarrow T = 65$  s, zvolíme:  $T = 65$  s.

Pomocou tab.3 vypočítame nastaviteľné parametre PSD regulátora:  $K = 2,3$ ;  $T_i = 160$  s;  $T_d = 42$  s.

Na obr. 3.5 je uvedený priebeh zmeny výstupného signálu sústavy s identifikovanými parametrami  $n = 3$ ;  $T = 65$  s riadenej PSD regulátorom s hodnotami nastaviteľných parametrov vypočítanými podľa kritéria optimálneho modulu:  $K = 2,3$ ;  $T_i = 160$  s;  $T_d = 42$  s.



Obr.3.5. Priebeh akčného  $u$  a výstupného  $y$  signálu sústavy riadenej PSD regulátorom s nastaviteľnými parametrami vypočítanými pomocou vzťahov pre kritérium optimálneho modulu.

Fig.3.5. Course of action  $u$  signal and output  $y$  signal of system controlled by PSD regulator with adjustable parameters figured out with the aid of relation for optimal modul criterium.

Iným numerickým kritériom pre výpočet nastaviteľných parametrov PSD regulátora sú Naslinove štandardné tvary, kde pre dovolené preregulovanie  $\Delta y_{\max} (\%)$  je vypočítaný koeficient  $\alpha$ , uvedený v tab.4, ktorý keď použijeme vo vzťahoch pre výpočet nastaviteľných parametrov PSD regulátora, bude-

látora, budeme mať zabezpečené, že výstupný signál  $y(t)$  sústavy neprekročí dovolené preregulovanie.

Tabuľka 4.  
Table 4.

$\Delta y_{\max} [\%]$	20	16	12	8	5	3	1
$\alpha$	1,7	1,75	1,8	1,9	2	2,2	2,4

Vzťahy pre výpočet nastaviteľných parametrov PSD regulátora pomocou Naslinových štandardných tvarov sú uvedené v tab.5.

Tabuľka 5  
Table 5.

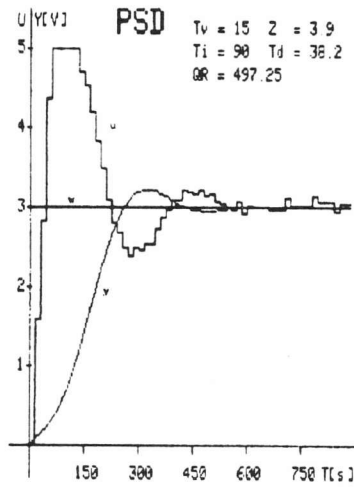
Prenos regulátora <sup>1</sup>	Nastaviteľné parametre regulátora <sup>2</sup>
$R(p) = r_0 ; r_0 = K$	$r_0 = \frac{1}{k_s} \cdot \left( \frac{a_1^2}{a_2 \alpha} - a_0 \right)$
PI $R(p) = r_0 + r_{-1} \frac{1}{p}$ $r_0 = K ; r_{-1} = \frac{r_0}{T_i}$	$r_0 = \frac{1}{k_s} \cdot \left( \frac{a_1^2}{a_2 \alpha} - a_0 \right)$ $r_{-1} = \frac{(a_0 + k_s r_0)^2}{\alpha k_s a_1}$
PID $R(p) = r_0 + \frac{r_{-1}}{p} + r_1 p$ $r_0 = K ; r_{-1} = \frac{K}{T_i} ; r_1 = K T_d$	$r_1 = \frac{1}{k_s} \cdot \left( \frac{a_2^2}{\alpha a_3} - a_1 \right)$ $r_0 = (a_1 + k_s r_1)^2 - \frac{a_0}{k_s}$ $r_{-1} = \frac{(a_0 + k_s r_0)^2}{\alpha k_s (a_1 + k_s r_1)}$

1 - Controller transfer function, 2 - Adjustable parameters of controller.

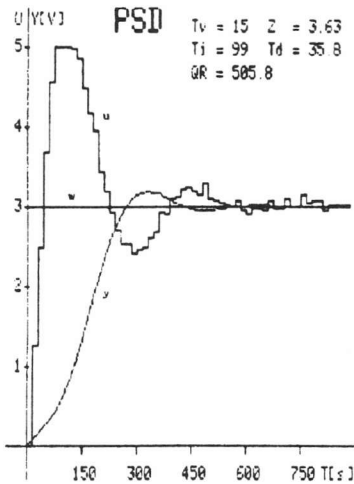
Koeficienty  $a_3, a_2, a_1, a_0$  sú koeficientmi charakteristickej rovnice náhradného prenosu sústavy. V našom prípade pre  $n = 3$  a  $T = 65$  s náhradný prenos má tvar

$$S(p) = \frac{1}{(65p + 1)^3} \tag{3.1}$$

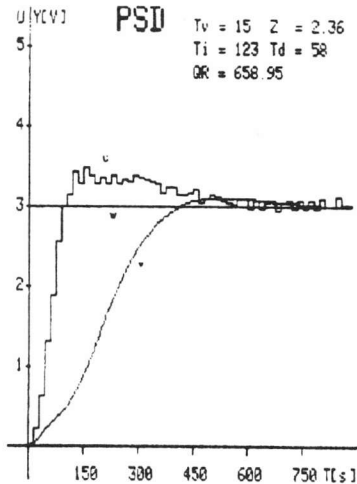
a jeho charakteristická rovnica je:



Obr.3.6.  
Fig.3.6.



Obr.3.7.  
Fig.3.7.



Obr.3.8.  
Fig.3.8.

Priebehy akčného u a výstupného y signálov sústavy riadenej PSD regulátorom s nastaviteľnými parametrami vypočítanými pomocou vzťahov Naslinových štandardných tvarov pre:

Obr.3.6.  $\Delta y_{\max} = 20\%$  ( $\alpha = 1,7$ )

Obr.3.7.  $\Delta y_{\max} = 12\%$  ( $\alpha = 1,8$ )

Obr.3.8.  $\Delta y_{\max} = 5\%$  ( $\alpha = 2,0$ )

Courses of action u signal and output y signal of the system controlled by PSD regulator with adjustable parameters figured out by the aid of relations of Nastin standard forms for:

Fig.3.6.  $\Delta y_{\max} = 20\%$  ( $\alpha = 1,7$ )

Fig.3.7.  $\Delta y_{\max} = 12\%$  ( $\alpha = 1,8$ )

Fig.3.8.  $\Delta y_{\max} = 5\%$  ( $\alpha = 2,0$ )

$$65^3 p^3 + 3.65^2 p^2 + 3.65 p + 1 = 0$$

$$a_3 \quad a_2 \quad a_1 \quad a_0$$

Pre  $\alpha = 1,7; 1,8; 2$  boli vypočítané hodnoty nastaviteľných parametrov PID regulátora pomocou vzťahov uvedených v tab.5 a namerané regulačné pochody (priebehy zmeny regulovanej veličiny) sú uvedené na obr.3.6, obr.3.7 a obr.3.8.

Objekt riadenia - sústava s identifikovaným prenosom (3.1) bola riadená 8-bitovým mikropočítačom PMD-85/2. Podrobnejšie o spôsobe pripojenia riadiaceho mikropočítača k sústave je uvedené v [1].

Riadiaci program "PSD" je napísaný v BASIC-u. Okrem samotného riadiaceho algoritmu obsahuje podprogramy pre obsluhu tlačiarne D-100 a obsluhu A/D a D/A prevodníkov. Na riadenie v nekonečnej slučke je určený program "PSD-2". Prechodová charakteristika bola nameraná pomocou programu "Prechodovka".

## Záver

Kvalitu regulačného pochodu môžeme posúdiť podľa priebehov riadenej  $y(t)$  a akčnej  $u(t)$  veličiny a podľa koeficienta QR, ktorý určuje lineárnu plochu vypočítanú pomocou vzťahu (2.1). Čím je menšia plocha, tým by mal byť regulačný pochod kvalitnejší.

Záleží od požiadaviek užívateľa na priebeh regulačného procesu, či chce mať krátky čas regulácie pri danom maximálnom preregulovaní

$$\Delta y_{\max} = \frac{(y_{\max} - y_{\text{ust}})}{y_{\text{ust}}}$$

alebo môže byť čas regulácie dlhší, ale bez preregulovania.

Kvôli možnosti porovnania výhod použitia jednotlivých metód na výpočet nastaviteľných parametrov PSD regulátora, vo všetkých prípadoch je zvolená rovnaká perióda vzorkovania  $T_v = 15$  s a rovnaká zmena riadiacej veličiny  $w(t)$ .

## Literatúra

1. DANKO, J. - PROKOP, R., Riadenie modelu reálneho procesu pomocu 8-bitového mikropočítača PMD 85. Bulletin PV, 31 (11), 1992, č.4, s.305.
2. REMEŇ, J., Riadenie elektrického modelu sústavy mikropočítačom, Diplomová práca KA, ČHTF STU, Bratislava, 1991.
3. MURGAŠ, J. - MUDRONČÍK, D., Automatizácia výrobných procesov, Skriptum, EF STU, Bratislava, 1989.
4. HANG, C. - STRÖM, K. - HO, W., Refinements of the Ziegler-Nichols Tuning Formula, Report CI-90-1, Singapore, 1990.
5. KUBIK, J. a kol., Teorie automatického řízení I, TKI SNTL, Praha, 1982.
6. ŠVEC, J. a kol., Příručka automatizační a výpočetní techniky, SNTL Praha, 1975.
7. ŠALAMON, M., Teória regulácie I, Skriptum EF SVŠT, Bratislava, 1963.

Do redakcie došlo 14.12.1992.

### **Discrete realization and methods of PID regulator parameters adjustment**

#### **Summary**

The paper is linking to the paper "Real-time model control by microcomputer..." [1] and is concerned with methods of parameters adjustment of PID-controllers.